

Ukázkový test z předmětu NUMA

PP, KIKM FIM UHK

(30 bodů, 60 minut, používat lze MATLAB nebo Excel a využít napsané funkce nebo je vhodně upravit)

1. Nalezněte nejmenší kladný kořen rovnice  $x = \operatorname{tg} x$  metodou prosté iterace (alternativně může být Newtonova metoda) s přesností  $10^{-5}$ .
  - (a) Nalezněte interval, ve kterém kořen leží (proved'te důkaz).
  - (b) Napište konkrétní iterační předpis a zvolte jeho počáteční podmínku.
  - (c) Ověřte podmínky konvergence metody.
2. Nalezněte interpolační polynom určený touto funkční tabulkou

$x_i$	-1	0	1	2	3
$y_i = f(x_i)$	-6	1	4	9	22

- (a) Pomocí Vandermondovy matice.
  - (b) V Newtonově tvaru. (alternativně může být Lagrangeův tvar)
  - (c) Určete aproximaci  $f(1,5)$ .
3. Pomocí obdélníkového (alternativně může být lichoběžníkové nebo Simpsonovo) pravidla nalezněte hodnotu integrálu

$$I = \int_0^{\pi/2} e^x \cos x dx$$

s přesností  $10^{-3}$ . Postupujte dvěma způsoby:

- (a) Nejprve určíte počet kroků nutných k dané přesnosti pomocí formule pro chybu aproximace.
  - (b) Pak pomocí vhodného kódu postupně zdvojnásobujte počet kroků a sledujte, kdy je chyba menší nebo rovna předepsané toleranci.
4. Pomocí LU-rozkladu matice nalezněte  $\det \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}^{-1}$ , kde

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 8 & 12 \\ 1 & -5 & -5 & -8 \\ -2 & 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) Určete matice  $\mathbf{L}$  a  $\mathbf{U}$ .
- (b) Určete  $\det \mathbf{A}$ .
- (c) Určete  $\mathbf{A}^{-1}$

- (d) Určete  $\mathbf{L}^{-1}$ ,  $\mathbf{U}^{-1}$ . a součin  $\mathbf{U}^{-1}\mathbf{L}^{-1}$  a porovnejte ho s výsledkem v (c).

**Poznámka 1** Místo uvedených úloh může být alternativně:

- úloha o integraci, kde znáte počet dělicích bodů a bude třeba odhadnout chybu aproximace,
- Gaussova eliminační metoda s pivotací, úloha o některé iterační metodě pro řešení soustavy lineárních algebraických rovnic,
- řešení obyčejných diferenciálních rovnic (Eulerova metoda (včetně iteračního předpisu) nebo RK4 metoda)
- nebo úloha na aproximaci metdou nejmenších čtverců (sestrojit normální rovnici a vyřešit ji nějakou metodou).